



TAG UG/Safon Uwch MATHEMATEG
TAG UG/Safon Uwch MATHEMATEG
BELLACH

LLYFRYN FFORMIWLÂU

O fis Medi 2017

Cyhoeddwyd yn 2017

Mathemateg Bur

Mesureg

$$\text{Arwynebedd arwyneb sffêr} = 4\pi r^2$$

$$\text{Arwynebedd arwyneb crwm côn} = \pi r \times \text{uchder goledd}$$

Cyfres Rhifydddeg

$$S_n = \frac{1}{2}n(a+l) = \frac{1}{2}n[2a+(n-1)d]$$

Cyfres Geometrig

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \quad \text{ar gyfer } |r| < 1$$

Symiannau

$$\sum_{r=1}^n r^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$\sum_{r=1}^n r^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

Cyfres Fionomial

$$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$$

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{r}a^{n-r}b^r + \dots + b^n \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\text{Ile mae } \binom{n}{r} = {}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}x^2 + \dots + \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{1 \cdot 2 \dots r}x^r + \dots \quad (|x| < 1, n \in \mathbb{R})$$

Logarithmau ac esbonyddolion

$$e^{x \ln a} = a^x$$

Rhifau Cymhlyg

$$\{r(\cos \theta + i \sin \theta)\}^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

$$\text{Rhoddir israddau } z^n = 1 \text{ gan } z = e^{\frac{2\pi ki}{n}}, \text{ ar gyfer } k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

Cyfrs Maclaurin a Chyfrs Taylor

$$f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots + \frac{x^r}{r!} f^{(r)}(0) + \dots$$

$$f(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x-a)^r}{r!} f^{(r)}(a) + \dots$$

$$f(a+x) = f(a) + xf'(a) + \frac{x^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{x^r}{r!} f^{(r)}(a) + \dots$$

$$e^x = \exp(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^r}{r!} + \dots \quad \text{ar gyfer pob } x$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{r+1} \frac{x^r}{r} + \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^r \frac{x^{2r+1}}{(2r+1)!} + \dots \quad \text{ar gyfer pob } x$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^r \frac{x^{2r}}{(2r)!} + \dots \quad \text{ar gyfer pob } x$$

$$\tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^r \frac{x^{2r+1}}{2r+1} + \dots \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{x^{2r+1}}{(2r+1)!} + \dots \quad \text{ar gyfer pob } x$$

$$\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2r}}{(2r)!} + \dots \quad \text{ar gyfer pob } x$$

$$\tanh^{-1} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{2r+1}}{2r+1} + \dots \quad (-1 < x < 1)$$

Ffwythiannau Hyperbolig

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$$

$$\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$$

$$\cosh^{-1} x = \ln \left\{ x + \sqrt{x^2 - 1} \right\} \quad (x \geq 1)$$

$$\sinh^{-1} x = \ln \left\{ x + \sqrt{x^2 + 1} \right\}$$

$$\tanh^{-1} x = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \quad (|x| < 1)$$

Unfathiannau Trigonometrig

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B} \quad \left(A \pm B \neq \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi\right)$$

$$\text{Ar gyfer } t = \tan \frac{1}{2} A: \sin A = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos A = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

Fectorau

Cydran \mathbf{a} yng nghyfeiriad \mathbf{b} yw $\frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{b}|}$.

Y pwynt sy'n rhannu AB yn y gymhareb $\lambda : \mu$ yw $\frac{\mu \mathbf{a} + \lambda \mathbf{b}}{\lambda + \mu}$.

Hafaliad plân ar ffurf Gartesaidd yw $n_1 x + n_2 y + n_3 z = k$.

Y pellter perpendicwlar rhwng dwy llinell sgiw yw $D = \frac{|(\mathbf{b} - \mathbf{a}) \cdot \mathbf{n}|}{|\mathbf{n}|}$, lle mae \mathbf{a} a \mathbf{b} yn fectorau safle o bwntiau ar bob llinell a lle mae \mathbf{n} yn gydberpendicwlar i'r ddwy llinell.

Y pellter perpendicwlar rhwng pwynt a llinell yw $D = \frac{|ax_1 + by_1 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, lle mae cyfesurynnau'r pwynt yn (x_1, y_1) a hafaliad y llinell yn cael ei roi gan $ax + by = c$.

Y pellter perpendicwlar rhwng pwynt a phlân yw $D = \frac{|n_1 \alpha + n_2 \beta + n_3 \gamma - k|}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}}$, lle (α, β, γ) yw cyfesurynnau'r pwynt a $n_1 x + n_2 y + n_3 z = k$ yw hafaliad y plân.

Trawsffurfiadau Matrics mewn 2 ddimensiwn

Cylchdro gwrthglocwedd trwy θ o amgylch O : $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

Adlewyrchiad yn y llinell $y = (\tan \theta)x$: $\begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}$

Trawsffurfiadau Matrics mewn 3 dimensiwn

Cylchdro gwrthglocwedd trwy θ o amgylch:

echelin-x	echelin-y	echelin-z
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

lle mae

- cylchdro gwrthglocwedd (neu bositif) o amgylch O_x (neu echelin- x) i'r cyfeiriad $\mathbf{j} \rightarrow \mathbf{k}$,
- cylchdro gwrthglocwedd (neu bositif) o amgylch O_y (neu echelin- y) i'r cyfeiriad $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{i}$,
- cylchdro gwrthglocwedd (neu bositif) o amgylch O_z (neu echelin- z) i'r cyfeiriad $\mathbf{i} \rightarrow \mathbf{j}$.

Differiad

Ffwythiant

Deilliad

$$\frac{f(x)}{g(x)} \quad \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$\tan x \quad \sec^2 x$$

$$\sec x \quad \sec x \tan x$$

$$\cot x \quad -\operatorname{cosec}^2 x$$

$$\operatorname{cosec} x \quad -\operatorname{cosec} x \cot x$$

$$\sin^{-1} x \quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\cos^{-1} x \quad -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\tan^{-1} x \quad \frac{1}{1+x^2}$$

$$\sinh x \quad \cosh x$$

$$\cosh x \quad \sinh x$$

$$\tanh x \quad \operatorname{sech}^2 x$$

$$\sinh^{-1} x \quad \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\cosh^{-1} x \quad \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$\tanh^{-1} x \quad \frac{1}{1-x^2}$$

Integriad (+ cysonyn; $a > 0$ lle'n berthnasol)

Ffwythiant	Integryn
$\tan x$	$\ln \sec x $
$\cot x$	$\ln \sin x $
$\operatorname{cosec} x$	$-\ln \operatorname{cosec} x + \cot x = \ln \left \tan \left(\frac{1}{2} x \right) \right $
$\sec x$	$\ln \sec x + \tan x = \ln \left \tan \left(\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \pi \right) \right $
$\sec^2 x$	$\tan x$
$\sinh x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\ln \cosh x$
$\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	$\sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) \quad (x < a)$
$\frac{1}{a^2 + x^2}$	$\frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right)$
$\frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$	$\cosh^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) = \ln \left\{ x + \sqrt{x^2 - a^2} \right\} \quad (x > a)$
$\frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}}$	$\sinh^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) = \ln \left\{ x + \sqrt{x^2 + a^2} \right\}$
$\frac{1}{a^2 - x^2}$	$\frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right = \frac{1}{a} \tanh^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) \quad (x < a)$
$\frac{1}{x^2 - a^2}$	$\frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right $

$$\int u \frac{dv}{dx} dx = uv - \int v \frac{du}{dx} dx$$

Arwynebedd sector

$$A = \frac{1}{2} \int r^2 d\theta \quad (\text{cyfesurynnau pegynlinol})$$

Mathemateg Rhifiadol

Integriad rhifiadol

Rheol y trapesiwm: $\int_a^b y \, dx \approx \frac{1}{2} h \{ (y_0 + y_n) + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}) \}$, lle mae $h = \frac{b-a}{n}$

Datrys Hafaliadau'n Rhifiadol

Iteriad Newton-Raphson ar gyfer datrys $f(x) = 0$: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

Mecaneg

Mudiant mewn cylch

Cyflymder ardraws: $v = r\dot{\theta} = \omega r$

Cyflymiad rheiddiol: $-r\dot{\theta}^2 = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r$

Creiddiau Mâs Gwrthrychau Unffurf

Laminâu Trionglog: $\frac{2}{3}$ ar hyd y llin ganol o'r fertig

Hanner cylch: $\frac{4r}{3\pi}$ o'r ymyl syth ar hyd echelin cymesuredd

Chwarter cylch: $\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$ $\bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$ o'r fertig

Tebygolrwydd ac Ystadegaeth

Tebygolrwydd

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B | A)$$

$$P(A | B) = \frac{P(A)P(B | A)}{P(A)P(B | A) + P(A')P(B | A')}$$

$$\text{Theorem Bayes: } P(A_j | B) = \frac{P(A_j)P(B | A_j)}{\sum P(A_i) P(B | A_i)}$$

Dosraniadau arwahanol

Ar gyfer hapnewidyn arwahanol X yn cymryd gwerthoedd x_i gyda thebygolrwyddau p_i

Disgwyliad (cymedr): $E(X) = \mu = \sum x_i p_i$

Amrywiant: $\text{Var}(X) = \sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 p_i = \sum x_i^2 p_i - \mu^2$

Ar gyfer ffwythiant $g(X)$: $E(g(X)) = \sum g(x_i) p_i$

Dosraniadau arwahanol safonol:

Dosraniad X	$P(X = x)$	Cymedr	Amrywiant
Binomial $B(n, p)$	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	np	$np(1-p)$
Poisson $Po(\lambda)$	$e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$	λ	λ

Dosraniadau di-dor

Ar gyfer hapnewidyn di-dor X gyda ffwythiant dwysedd tebygolrwydd f

Disgwyliad (cymedr): $E(X) = \mu = \int xf(x)dx$

Amrywiant: $\text{Var}(X) = \sigma^2 = \int (x - \mu)^2 f(x)dx = \int x^2 f(x)dx - \mu^2$

Ar gyfer ffwythiant $g(X)$: $E(g(X)) = \int g(x)f(x)dx$

Ffwythiant dosraniad cronnus: $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$

Dosraniadau di-dor safonol:

Dosraniad X	Ffwythiant Dwysedd Tebygolrwydd (P.D.F.)	Cymedr	Amrywiant
Unffurf (Petryal) ar $[a, b]$ $U[a, b]$	$\frac{1}{b-a}$	$\frac{1}{2}(a+b)$	$\frac{1}{12}(b-a)^2$
Normal $N(\mu, \sigma^2)$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$	μ	σ^2
Esbonyddol $\text{Exp}(\lambda)$	$\lambda e^{-\lambda x}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$

Algebra Disgwyliad

Ar gyfer hapnewidynnau annibynnol X ac Y

$$E(XY) = E(X)E(Y), \quad \text{Var}(aX \pm bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y)$$

Dosraniadau samplu

Ar gyfer hapsampl X_1, X_2, \dots, X_n o n arsylw annibynnol o ddosraniad â chymedr μ ac amrywiant σ^2

$$\text{Mae } \bar{X} \text{ yn amcangyfrifyn diduedd ar gyfer } \mu, \text{ gyda } \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$\text{Mae } S^2 \text{ yn amcangyfrifyn diduedd ar gyfer } \sigma^2, \text{ lle mae } S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

Ar gyfer hapsampl o n arsylw o $N(\mu, \sigma^2)$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{(n-1)}$$

Os X yw nifer y llwyddiannau sy'n cael eu harsylwi mewn n prawf Bernoulli annibynnol, lle p yw'r tebygolrwydd llwyddiant ym mhob un ohonynt, ac $Y = \frac{X}{n}$, yna mae

$$E(Y) = p \quad \text{a} \quad \text{Var}(Y) = \frac{p(1-p)}{n}$$

Ar gyfer hapsampl o n_x arsylw o $N(\mu_x, \sigma_x^2)$ ac, yn annibynnol, hapsampl o n_y arsylw o $N(\mu_y, \sigma_y^2)$

$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}} \sim N(0,1)$$

Cyberthyniad ac Atchweliad

Ar gyfer sampl o n pâr o arsylwadau (x_i, y_i)

$$S_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$S_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

$$S_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}$$

Mae mesur o gydgyssylltiad llinol rhwng dau newidyn X a Y yn cael ei roi gan gyfernod cyberthyniad moment lluoswm r Pearson.

Ar gyfer y sampl $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, caiff ei roi gan $r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}}$.

O gael data, mae'n bosibl amcangyfrif paramedrau α a β y model atchweliad llinol gan ddefnyddio'r egwyddor sgwariau lleiaf.

Mae amcangyfrif sgwariau lleiaf $\hat{\beta}$ paramedr β yn cael ei roi gan $\hat{\beta} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$.

Mae amcangyfrif sgwariau lleiaf $\hat{\alpha}$ paramedr α yn cael ei roi gan $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$.

Mae llinell atchweliad sgwariau lleiaf yn cael ei rhoi gan $y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$.

Mae cyfernod cyberthyniad trefn restrol Spearman yn cael ei roi gan $r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$.